



## ВТОРА СЕКЦИЯ

(4. – 15.) Задачи с избираем отговор (само един от отговорите е верен)

4. Кое от следните четири числа е различно от останалите три?  
А) 25% от 200    Б) 15% от 300    В) 50% от 100    Г) 10% от 500
5. Дефиниционното множество на функцията  $f(x) = \log_x \sqrt{x^2 + 9}$  е:  
А)  $x \in (3; +\infty)$     Б)  $x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$     В)  $x \in (1; +\infty)$     Г)  $x \in (-3; 3)$
6. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са реалните корени на уравнението  $5 - 3x = 2x^2$ , то стойността на израза  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - x_1 x_2$  е:  
А)  $\frac{31}{10}$     Б)  $-\frac{19}{10}$     В)  $\frac{19}{10}$     Г)  $-\frac{31}{10}$
7. Решенията на неравенството  $|1 - 5x| \leq 1$  са:  
А)  $x \in (-\infty; 0,4)$     Б)  $x \in (0; 0,4)$     В)  $x \in (-\infty; 0] \cup [0,4; +\infty)$     Г)  $x \in [0; 0,4]$
8. Решенията на уравнението  $5^{\log_5 x^3} = 8$  са:  
А)  $x = 5$     Б)  $x = 8$     В)  $x = 3$     Г)  $x = 2$
9. Наредените двойки числа  $(x; y)$ , които са решения на системата  $x^2 - y = 4$  и  $y = -2x - 1$  са разположени:  
А) във втори и в четвърти квадрант    Б) само в първи квадрант    В) само в четвърти квадрант    Г) в първи и в четвърти квадрант
10. В една фирма работят 3-ма работници със заплата 820лв., 4-ма специалисти със заплата 1200лв. и един управител със заплата 2200лв. Колко от служителите получават заплата, по-висока от средната заплата за фирмата?  
А) 1    Б) 4    В) 5    Г) 8
11. Цената на един климатик е 1500 лв. Каква ще бъде цената му след две последователни намаления, първото от които е с 20% , а второто с 10% ?  
А) 1350 лв    Б) 1200 лв    В) 1080 лв    Г) 1170 лв
12. Ако  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$  и  $\alpha \in \left[ \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right]$ , то стойността на израза  $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$  е:  
А) 3    Б) -3    В)  $\frac{1}{3}$     Г)  $-\frac{1}{3}$
13. В ромб е вписана окръжност с диаметър  $4\sqrt{2}$ . Да се намери дължината на страната на ромба, ако лицето му е  $32\sqrt{2}$ .  
А) 8    Б)  $4\sqrt{2}$     В)  $2\sqrt{2}$     Г) 6



ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ"  
ФАКУЛТЕТ "МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА"  
ТЕМА ЗА МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР  
12.03.2023 г.



14. Диагоналът на куб е равен на 30. Обемът на куба е:  
А) 1000                      Б)  $3000\sqrt{3}$                       В)  $1000\sqrt{3}$                       Г) 3000
15. Всички ръбове на правилна четириъгълна пирамида са равни. Ако обемът на пирамидата е  $\frac{256\sqrt{2}}{3}$ , то ръбът на пирамидата е равен на:  
А) 12                      Б) 6                      В) 4                      Г) 8

### ТРЕТА СЕКЦИЯ

(16. – 20.) *Задачи за въвеждане на верния отговор*

16. В успоредника  $ABCD$  е построена ъглополовящата на ъгъла  $\angle BAD$ , която пресича страната  $DC$  в точка  $M$ . Да се намери лицето на успоредника  $ABCD$ , ако  $DM = 4$ ,  $AM = 6$  и  $BM = 3\sqrt{2}$ .
17. Хвърлят се едновременно три зара – бял, зелен и червен зар. Да се намери вероятността сумата от падналите се точки да е равна на 10.
18. Трапецът  $ABCD$  е вписан в окръжност, като основата  $AB$  е диаметър на описаната окръжност. Ако височината към основата е  $CH = 8$ , а бедрото  $AD = 10$ , да се намери лицето на трапеца  $ABCD$ .
19. Да се реши системата  $x^2 + y^2 = 17$  и  $x + xy + y = 9$ .
20. Сборът на първите три члена на растяща аритметична прогресия  $a_1, a_2, a_3, \dots$  е равен на сбора на следващите два. Ако  $a_1^2 = 2a_9$ , да се намери  $a_{2023}$ .

### ЧЕТВЪРТА СЕКЦИЯ

(21. – 23.) *Задачи, на които се изисква пълно и обосновано решение*

21. В триъгълник  $ABC$  е построена ъглополовящата  $AL (L \in BC)$  на ъгъл  $CAB$ , височината  $CH (H \in AB)$  и ъглополовящата  $CK (K \in AB)$  на ъгъл  $HCB$ . Правите  $AL$  и  $CK$  се пресичат в точка  $P$ , а точка  $M$  е среда на  $AC$ . Да се намерят дължините на страните на триъгълника  $ABC$ , ако  $AB = 25$ ,  $CH = 12$  и  $PM = HM$ .
22. В урна има бели и черни топки. По случаен начин се вадят 2 топки без връщане. Ако вероятността за изваждане на две черни топки е  $\frac{1}{5}$  и белите топки са с една повече от черните, да се намери вероятността двете извадени топки да са с различен цвят.
23. Да се намерят стойностите на реалния параметър  $a$ , за които уравнението  $|x + 2| + |x - 2| = a$  има безбройно много решения.



ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ"  
ФАКУЛТЕТ "МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА"  
ТЕМА ЗА МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР  
12.03.2023 г.



**ПЕТА СЕКЦИЯ**

**Задача на журито:**

24. Даден е триъгълникът  $ABC$ , при което ъглите при върховете  $A$ ,  $B$  и  $C$  са съответно  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $75^\circ$ . Медианата  $AM$  ( $M \in BC$ ) и височината  $CH$  ( $H \in AB$ ) се пресичат в точка  $O$ . Намерете  $\angle BOC$ .

**ОТГОВОРИ**

**Задачи с избираем отговор:**

4) Б; 5) Б; 6) А; 7) Г; 8) Г; 9) А; 10) В; 11) В; 12) Г; 13) А; 14) Б; 15) Г.

**Задачи с въвеждане само на отговор:**

16)  $9\sqrt{7}$ ; 17)  $\frac{1}{8}$ ; 18)  $\frac{256}{3}$ ; 19)  $x = 1, y = 4$  и  $x = 4, y = 1$ ; 20) 3039.

**Задачи, за които се изисква пълно решение:**

21) 25, 15, 20; 22)  $\frac{8}{15}$ ; 23)  $a = 4$

**Задача на журито:**

24)  $105^\circ$