ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ"

ТРИНАДЕСЕТИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР

ЗА УЧЕНИЦИ ОТ XI И XII КЛАС, 16 МАЙ, 2020г.

ВАРИАНТ 3

Задачи с избираем отговор. Само една от опциите е вярна:

4. Кое от следните числа е най-голямо?

А) $(-4)^{-2}$ **Б)** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ **В)** $\sqrt[3]{64}$ **Г)** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$

5. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \log_x \sqrt{x^2 - 9}$ е:

А) $x \in (3; +\infty)$ **Б)** $x \in (1; +\infty)$ **В)** $x \in (0; +\infty)$ **Г)** $x \in (-3; 3)$

6. Ако x_1 и x_2 са реалните корени на уравнението $5 - 3x = 2x^2$, то стойността на израза $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - x_1 x_2$ е равна на:

А) $\frac{31}{10}$ **Б)** $-\frac{19}{10}$ **В)** $\frac{19}{10}$ **Г)** $-\frac{31}{10}$

7. Решенията на неравенството $\frac{x-5}{4-7x} \leq 0$ са:

А) $\boldsymbol{x \in \left[\frac{4}{7}; 5\right]}$ **Б)** $x \in \left(-\infty; \frac{4}{7}\right) \cup [5; +\infty)$ **В)** $\boldsymbol{x \in \left(\frac{4}{7}; 5\right)}$ **Г)** $\left(-\infty; \frac{4}{7}\right] \cup (5; +\infty)$

8. Броят на реалните корени на уравнението $x^3 + 3x^2 + 4x = 0$ е:

А) 4 **Б)** 3 **В)** 2 **Г)** 1

9. Ако $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, то стойността на cotg α е:

А) $\sqrt{3}$ **Б)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **В)** $-\sqrt{3}$ **Г)** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. За крайната геометрична прогресия $a_1, a_2, \dots, a_n$е дадено, че $a_1 = 3$, $q = 2$ и сумата от членовете ѝ е $S_n = 189$. Броят n на членовете на прогресията е:

А) 3 **Б)** 4 **В)** 5 **Г)** 6

11. Цената на един климатик е 1500 лв. Каква ще бъде цената му след две последователни намаления, първото от които е с 20%, а второто с 10%?

А) 1350 лв **Б)** 1200 лв **В)** 1080 лв **Г)** 1170 лв

12. Даден е триъгълник ABC, като $AC = 5$, $BC = 7$и $cos\angle ACB = \frac{13}{14}$. Дължината на страната ABе:

А) 1 **Б)** 3 **В)** 5 **Г)** 7

13. Даден е правоъгълен трапец $ABCD$с дължини на основите$AB = 10$и $CD = 4$ и остър ъгъл $30°$ Периметърът на трапеца е:

А) $14 + 6\sqrt{3}$ **Б)** $14 + 3\sqrt{3}$ **В)** $14 + 3\sqrt{6}$ **Г)** $14 + 2\sqrt{3}$

14. Диагоналите на две съседни околни стени на правоъгълен паралелепипед образуват с основата му ъгли, равни на $30°$ и $60°$, а диагоналът на основата е $2\sqrt{15}$. Обемът на паралелепипеда е:

А) $54\sqrt{3}$ **Б)** $15\sqrt{2}$ **В)** $54\sqrt{2}$ **Г)** $18\sqrt{6}$

15. Основният ръб на правилна триъгълна пирамида е 12, а околният ръб е равен на **8.** Ъгълът между околен ръб и основата на пирамидата е равен на:

А) $30°$ **Б)** $45°$ **В)** $60°$ **Г)** $75°$

ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ"
ТРИНАДЕСЕТИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР
ЗА УЧЕНИЦИ ОТ XI И XII КЛАС, 16 МАЙ, 2020г.
ВАРИАНТ 3

Задачи с въвеждане само на отговор:

16. В успоредника $ABCD$ е построена ъглополовящата на $\angle BAD$, която пресича DC в точка M. Да се намери лицето на $ABCD$, ако $AD = 4$см, $AM = 6$см и $MC = 2см$.

17. Числото 8 е първият, а 85 е последният член на аритметична прогресия, която съдържа още 6 числа, да се намери разликата d на прогресията.

18. В ΔABC $(AC > BC)$ са построени височината CH и медианата CM. Ако $MB = BC$, $CM = 8$ и $MH = 4$. Да се намери радиусът на вписаната в ΔABC окръжност.

19. Намерете първият член (и/или разликата) на аритметична прогресия, за която

$$\begin{cases} S_n - a_1 = 70 \\ S_n - a_n = 50 \\ S_n - a_1 - a_2 - a_{n-1} - a_n = 24 \end{cases}$$

20. Да се реши уравнението $\frac{x+5}{x+2} - \frac{x+6}{x-2} = \frac{x^2+x+10}{4-x^2}$.

Задачи, за които се изисква пълно решение:

21. Даден е $\Delta ABC,\ \angle B = 90°$. Построена е окръжност с диаметър AB, която минава през средата P наAC. През точка C е прекарана допирателна CK към окръжността. Ако $AB = 4$, намерете AK.

22. Основата на пирамида $ABCDM$ е правоъгълника $ABCD$ със страна $AD = 3$. Равнините (MAB) и (MAD) са перпендикулярни на равнината на основата, а равнината (MBD) сключва с равнината на основата ъгъл с големина 30°. Ако $MA = \sqrt{2}$, намерете обема на пирамидата.

23. Намерете стойностите на реалния параметър a, за които функцията $f(x) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{ax-11}}$ има максимум при $x = 4$.

24. Даден е триъгълникът ΔABC. Нека точката A_1 лежи на страната BC, точката B_1 лежи на страната CA, а точката C_1 лежи на страната AB, при което

$$\frac{AC_1}{C_1B} = \frac{BA_1}{A_1C} = \frac{CB_1}{B_1A} = 2$$

Нека освен това лицето на триъгълника, образуван от пресичането на AA_1, BB_1 и CC_1 има лице 6. Да се намери лицето на триъгълника ΔABC.

Отговори на задачите

на

Тринадесети математически турнир на Великотърновския университет „Св.св. Кирил и Методий“ за ученици от XI и XII клас проведен на 16.05.2020 г.

Задачи с избираем отговор. Само една от опциите е вярна:

4-Г; 5-А; 6-А; 7-Б; 8-Г; 9-В; 10-Г; 11-В; 12-Б; 13-А; 14-В; 15А.

Задачи с въвеждане само на отговор:

16: $S_{ABCD} = 9\sqrt{7}$; 17: $d = 11$; 18: $r = 4(\sqrt{3} - 1)$;
19: $a_1 = 2,\ d = 4$; 20: $x = 6$.

Задачи, за които се изисква пълно решение:

21: $|AK| = 4\frac{\sqrt{5}}{5}$; 22: $V_{ABCDM} = 6$; 23: $a = 8$.

Задача на журито:

24: $S_{\Delta ABC} = 42$.