



ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ“
ФАКУЛТЕТ „МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА“
ТЕМА ЗА МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР
09.03.2025 г.



ПЪРВА ЧАСТ

Отговорите на задачите от 1. до 12. включително отбелязвайте в листа за отговори.

1. Кое от числата принадлежи на интервала $[-1; 1]$?

А) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ Б) $7^{-1} \cdot 49$ В) $-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ Г) $625^{\frac{1}{4}}$

2. Корените на уравнението $|x^2 - 9| = x + 3$ са:

А) $-3; 2; 4$ Б) $2; 4$ В) $2; 3; 4$ Г) $3; 2; -4$

3. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - x - 20 = 0$, x_3 и x_4 са корените на уравнението $1 - 20x^2 - x = 0$, то е вярно, че:

А) $x_1 x_2 = x_3 x_4$ Б) $\frac{1}{x_1 x_2} = x_3 + x_4$ В) $x_1 x_2 x_3 x_4 = -1$ Г) $x_1 x_2 = -x_3 x_4$

4. Разстоянието от върха на параболата $y = x^2 + 2x + 2$ до абсцисната ос е:

А) 1 Б) 2 В) $\sqrt{3}$ Г) $\sqrt{2}$

5. Вероятността случайно избрано естествено число от 1 до 15 да бъде делител на числото 15 е:

А) $\frac{1}{5}$ Б) $\frac{4}{15}$ В) $\frac{2}{15}$ Г) $\frac{1}{2}$

6. Решенията на неравенството $\frac{x^2 - 12x + 35}{25 - x^2} \geq 0$ са:

А) $x \in (-5; 5)$ Б) $x \in (5; 7]$ В) $x \in (-5; 5) \cup (5; 7]$ Г) $x \in (-5; 7]$

7. Ако $4^x + 4^{-x} = 23$, то стойността на израза $2^x + 2^{-x}$ е равна на:

А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6

8. Ако $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$, то изразът $\frac{4}{5 \sin 2\alpha}$ има стойност:

А) $\frac{4}{5}$ Б) 1 В) $\frac{6}{5}$ Г) -1

9. В трапеца $ABCD$ частта от средната отсечка, заключена между диагоналите, е с дължина 3 cm , $AC \cap BD = O$ така, че $AO : OC = 2 : 1$. Тогава дължината на голямата основа на трапеца е:

А) 12 cm Б) 6 cm В) 18 cm Г) 15 cm

10. Даден е $\triangle ABC$ със страни $AC = 30 \text{ cm}$ и $BC = 26 \text{ cm}$, а височината му CH ($H \in AB$) е с дължина 24 cm . Радиусът на описаната около триъгълника окръжност е с дължина:

А) 15 cm Б) 16 cm В) $16\frac{1}{4} \text{ cm}$ Г) $16\frac{3}{4} \text{ cm}$



ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ“
ФАКУЛТЕТ „МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА“
ТЕМА ЗА МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР



09.03.2025 г.

11. CD е височина в правоъгълния триъгълник ABC ($\angle ACB = 90^\circ$). Ако $BC = 4\sqrt{3}$ и $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{3}}{4}$, то дължината на CD е равна на:
- А) 2 Б) 3 В) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ Г) 4
12. Основата на пирамида е триъгълник с дължина на една от страните му 12 cm и срещулежащ ъгъл 30° . Всички околни ръбове на пирамидата са с дължина 15 cm . Да се намери дължината на височината на пирамидата.
- А) $6\sqrt{3}\text{ cm}$ Б) 27 cm В) 18 cm Г) 9 cm

ВТОРА ЧАСТ

Отговорите на задачите от 13. до 17. включително запишете в листа за отговори.

13. Три числа, сборът на които е 78, образуват геометрична прогресия. Тези три числа са съответно първи, трети и девети членове на аритметична прогресия. Да се намерят числата.
14. Да се реши уравнението $(x-2)\sqrt{x+3} = x-2$.
15. Намерете броя на всички четирицифрени числа, които могат да се запишат с цифрите 1, 2, 3 и 4, ако няма повтарящи се цифри и цифрите 2 и 4 не са една до друга.
16. В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$) центърът на вписаната окръжност дели височината CD ($D \in AB$) в отношение $CO : OD = 5 : 2$, а основата е с 3 cm по-малка от бедрото. Да се намери периметърът на $\triangle ABC$.
17. В $\triangle ABC$ дължината на страната AB е 20 cm . Медианите, построени към страните BC и AC , са с дължини съответно 24 cm и 18 cm . Да се намери лицето на $\triangle ABC$.

ТРЕТА ЧАСТ

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите 18., 19., 20. и 21. запишете в листите за бележки.

18. Да се реши неравенството $\log_x \frac{8-5x}{4x+5} \leq -1$.
19. Даден е равнобедреният триъгълник ABC ($AC = BC$). Построена е височината AK ($K \in BC$). Нека точката O е центърът на описаната около триъгълника ABC окръжност. Да се намери лицето на триъгълника AOK , ако $AB = 6\text{ cm}$ и $\angle BAC = 75^\circ$.
20. Основата на пирамида е ромб със страна a и остър ъгъл β . Всички околни стени на пирамидата сключват с основата ѝ ъгъл α . Да се намерят лицето на околната повърхнина и обемът на пирамидата.



ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ“
ФАКУЛТЕТ „МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА“
ТЕМА ЗА МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР
09.03.2025 г.



Задача на журито

21. Нека k и c са съответно описаната и вписаната окръжност за триъгълник ABC .

а) Хордите на k , които свързват средата на дъгата \widehat{AB} със средите на дъгите \widehat{AC} и \widehat{BC} , пресичат страните AC и BC съответно в точките D и E . Да се докаже, че правата DE е успоредна на AB и минава през центъра O на вписаната окръжност c в $\triangle ABC$.

б) Правата t е допирателна към c и е успоредна на AB . Нека R и Q са пресечните точки на t съответно със страните AC и BC . Да се намери най-голямата стойност на дължината на отсечката RQ , ако периметърът на $\triangle ABC$ е $2p$.

ВЕЛИКОТЪРНОВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ"

ОСЕМНАДЕСЕТИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР ЗА УЧЕНИЦИ ОТ XI И XII КЛАС

9 март 2025 г.

ОТГОВОРИ

| № | А | Б | В | Г |
|-----|---|---|---|---|
| 1. | | | | X |
| 2. | X | | | |
| 3. | | X | | |
| 4. | X | | | |
| 5. | | X | | |
| 6. | | | X | |
| 7. | | | X | |
| 8. | | X | | |
| 9. | X | | | |
| 10. | | | X | |
| 11. | | X | | |
| 12. | | | | X |

| № | ОТГОВОР |
|-----|------------------------|
| 13. | 6,18,54 |
| 14. | $x_1 = -2; x_2 = 2$ |
| 15. | 12 |
| 16. | $P = 42 \text{ cm}$ |
| 17. | $S = 288 \text{ cm}^2$ |

18. $x \in \left(1; \frac{8}{5}\right)$

19. $S = \frac{9}{2}(1 + \sqrt{3})$

20. $V = \frac{1}{6}a^3 \sin^2 \beta \operatorname{tg} \alpha$ $S = \frac{a^2 \sin \beta}{\cos \alpha}$

21. б) $\frac{p}{4}$